γενικό λύκειο νέων μουδανιών

ΑΕΠΥ

Β ΛΥΚΕΙΟΥ

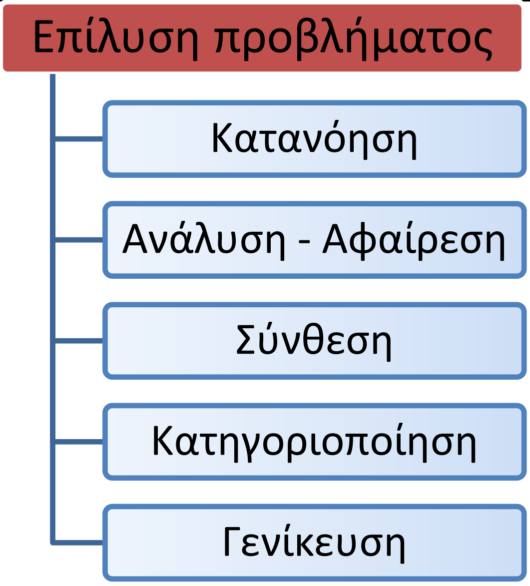
Σχολικό Έτος

2014 - 2015

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ονοματεπώνυμο:……………………………………………… Τμήμα: Β…

Να διερευνηθεί η επίλυση της πρωτοβάθμιας εξίσωσης $\alpha x + \beta = 0$ ως προς x, για τις διάφορες τιμές του α και β.



Κατανόηση: Δίνονται οι σταθεροί όροι α, β της εξίσωσης και ζητείται η τιμή της μεταβλητής x για τις διάφορες τιμές των α και β.

Ανάλυση: Το πρόβλημα διασπάται αρχικά σε δύο υποπροβλήματα (1. α<>0 και 2. α=0). Το δεύτερο υποπρόβλημα διασπάται επιπλέον σε άλλα δύο υποπροβλήματα (2.1.β<>0 και 2.2.β=0)

Σύνθεση: Η εξίσωση είτε έχει μοναδική λύση, είτε είναι αδύνατη, είτε είναι αόριστη.

Κατηγοριοποίηση και γενίκευση: όλες οι πρωτοβάθμιες εξισώσεις αντιμετωπίζονται με αυτή την προσέγγιση.

ΦΡΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Υπάρχουν 2 περιπτώσεις:

Αν ο συντελεστής της μεταβλητής x είναι διάφορος του μηδενός (α ≠ 0) ή

αν ο συντελεστής της μεταβλητής x είναι ίσος με μηδέν (α = 0).

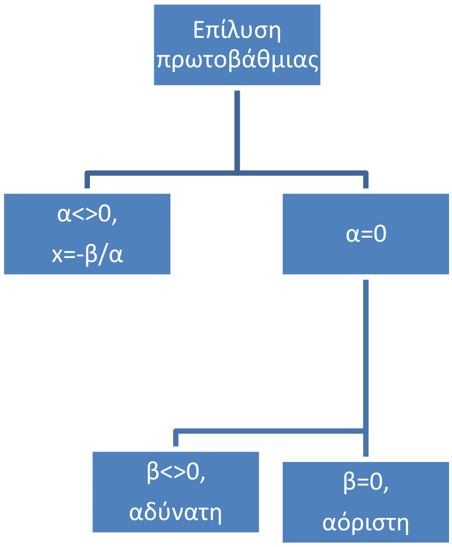
1. ***α ≠ 0: η εξίσωση έχει μοναδική λύση την*** $\boxed{x = -\frac{\beta}{\alpha}}$
2. ***α = 0:***

Υπάρχουν δύο υποπεριπτώσεις: Αν ο σταθερός όρος β είναι διάφορος του μηδενός (β ≠ 0) ή αν είναι ίσος με μηδέν (β = 0).

2.1. *Αν β ≠ 0, η εξίσωση είναι αδύνατη.*

2.2. ***Αν β = 0, η εξίσωση είναι αόριστη.***

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ



Να διερευνηθεί η επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, ως προς x,για τις διάφορες τιμές των α, β, γ.

Κατανόηση: Δίνονται οι σταθεροί όροι α, β, γ της εξίσωσης και ζητείται η τιμή της μεταβλητής x για τις διάφορες τιμές των α, β, γ.

Ανάλυση: Το πρόβλημα διασπάται αρχικά σε δύο υποπροβλήματα (1. α<>0 και 2. α=0).

Το πρώτο υποπρόβλημα (α<>0) απαιτεί τον υπολογισμό της διακρίνουσας $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ και ανάλογα με την τιμή της Δ χωρίζεται σε 3 υποπροβλήματα (1.1 Δ<0, 1.2 Δ=0, 1.3 Δ>0)

Το δεύτερο υποπρόβλημα (α=0) είναι γνωστό από προηγούμενη ανάλυση, γιατί η εξίσωση γίνεται πρωτοβάθμια

Σύνθεση: Η εξίσωση είτε δεν έχει λύση στον πραγματικό χώρο, είτε έχει μία διπλή ρίζα, είτε έχει δύο ρίζες, είτε έχει μία απλή ρίζα, είτε είναι αδύνατη, είτε είναι αόριστη.

Κατηγοριοποίηση και γενίκευση: όλες οι δευτεροβάθμιες εξισώσεις αντιμετωπίζονται με αυτή την προσέγγιση.

ΦΡΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

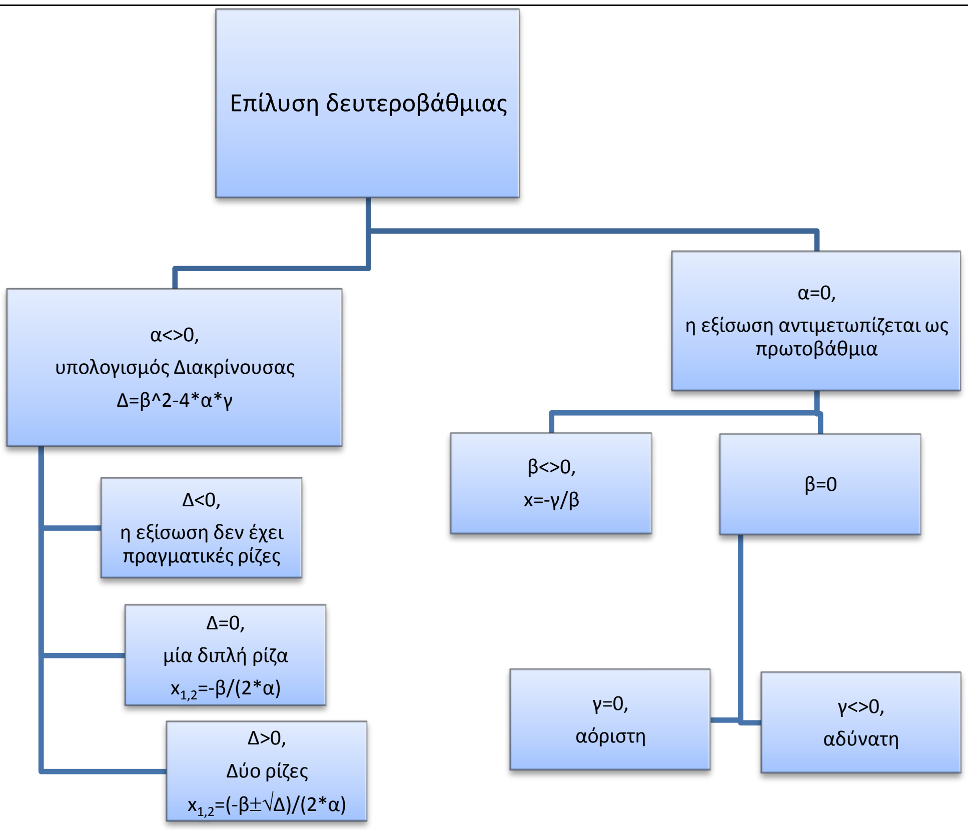
Υπάρχουν 2 περιπτώσεις:

Αν ο συντελεστής του x^2 είναι διάφορος του μηδενός (α ≠ 0) ή

αν ο συντελεστής του x^2 είναι ίσος με μηδέν (α = 0).

1. ***α ≠ 0: υπολογίζεται η διακρίνουσα*** $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ ***και ανάλογα με την τιμή της υπάρχουν 3 υποπεριπτώσεις***
   - ***1.1. Δ<0: Δεν υπάρχουν πραγματικές ρίζες***
   - ***1.2. Δ=0: Υπάρχει μία διπλή ρίζα*** $x_{1,2} = \frac{-\beta}{2\alpha}$
   - ***1.3. Δ>0: Υπάρχουν δύο ρίζες*** $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
2. ***α = 0: Η εξίσωση αντιμετωπίζεται ως πρωτοβάθμια (γνωστή ανάλυση)***

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ
ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑΣ

- Έστω η εξίσωση: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$,
- Αν α=0, η εξίσωση αντιμετωπίζεται ως πρωτοβάθμια
- Αν α≠0 υπολογίζουμε την διακρίνουσα Δ : $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ και οι λύσεις της εξίσωσης είναι

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \\ \Delta = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b}{2a} \\ \Delta < 0, \text{ δεν υπάρχουν πραγματικές ρίζες} \end{cases}$$